

Tu celular no adivina dónde estás. Te encuentra con geometría.

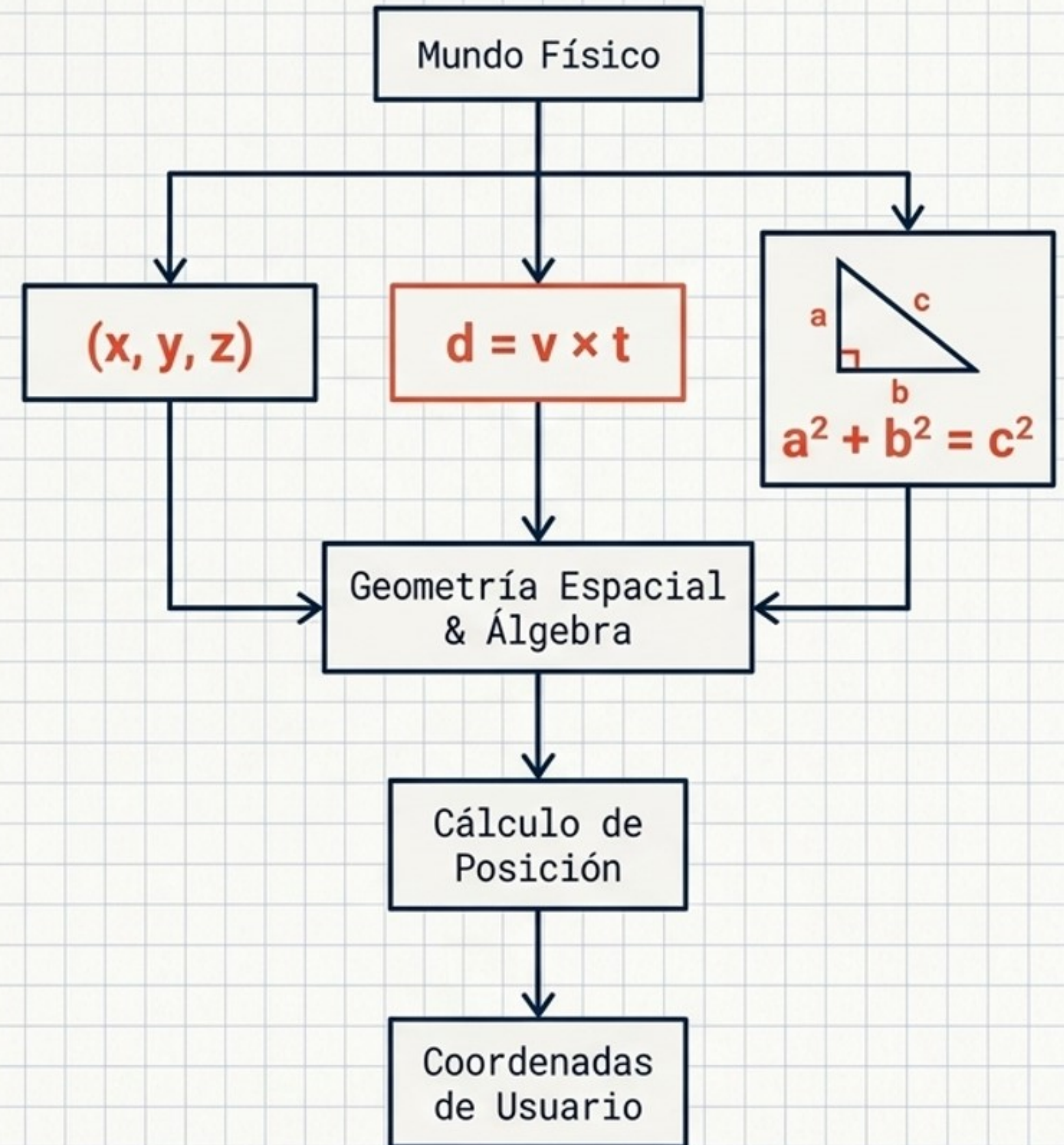
La arquitectura matemática
detrás del Sistema de
Posicionamiento Global.



Magia en la pantalla, física en el espacio



Cada vez que abrimos un mapa, pedimos un auto o compartimos nuestra ubicación, usamos una tecnología que parece adivinar nuestro paradero. Pero el GPS (Sistema de Posicionamiento Global) no tiene ojos. Ubica tu celular en la Tierra combinando álgebra, física y geometría espacial.



El principio básico: Medir el tiempo para encontrar el espacio

Un satélite GPS envía una señal de radio con dos datos clave: su posición exacta y la hora en que emitió el mensaje.



$$\text{distancia} = \text{velocidad} \times \text{tiempo}$$

$$d = c \cdot (t_2 - t_1)$$

Velocidad de la luz (300,000 km/s).

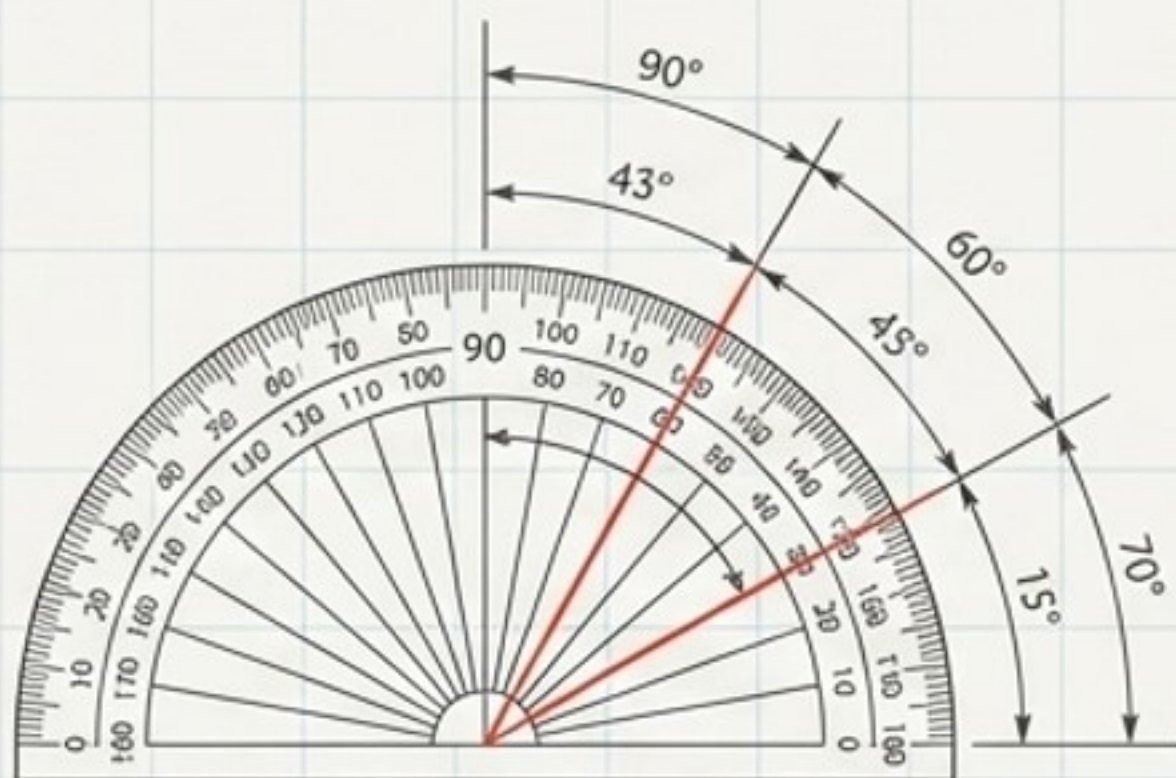
Momento en que salió la señal.

Momento en que llegó al celular.

Si sabemos cuánto tardó la señal en llegar y a qué velocidad viajó, sabemos a qué distancia exacta estamos del satélite.

Trilateración: El lenguaje de las distancias

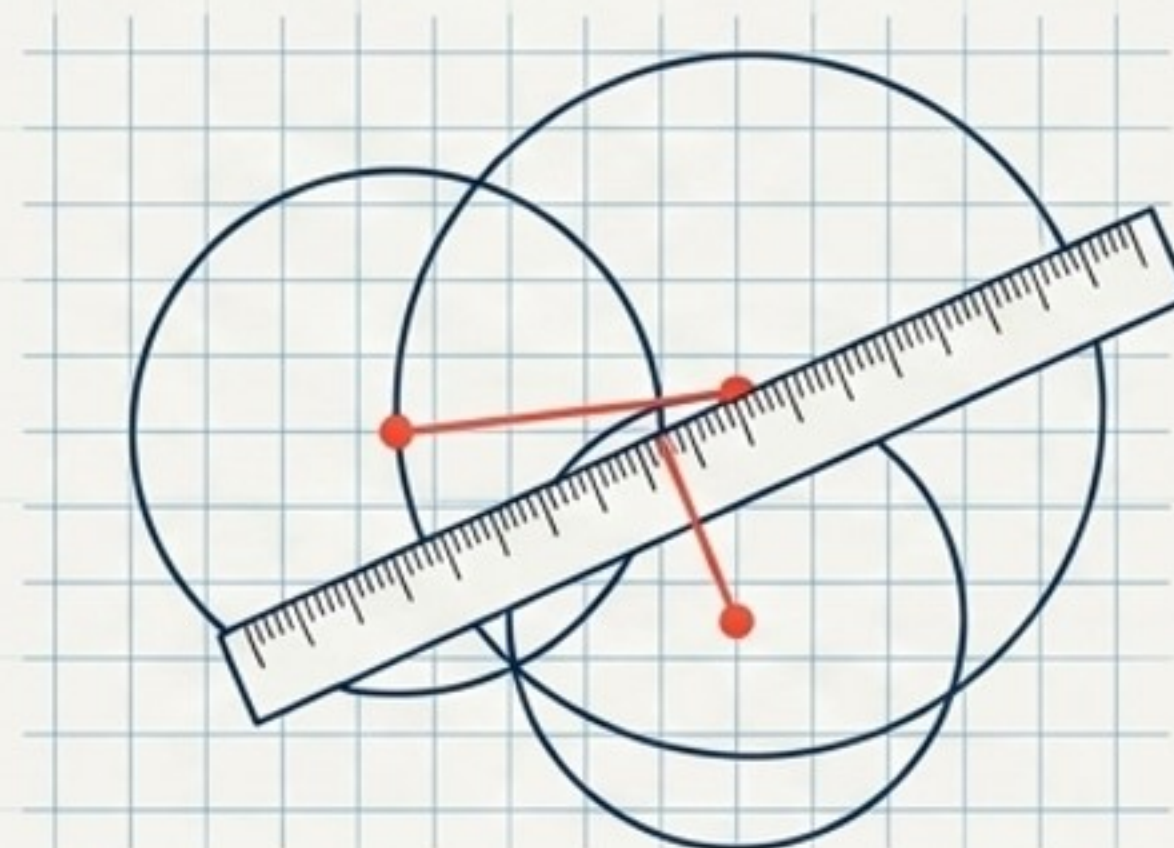
Triangulación (El Mito)



Calcula la posición mediante **ángulos**.
Usado históricamente en topografía y navegación visual.

FALSO PARA GPS

Trilateración (La Realidad del GPS)



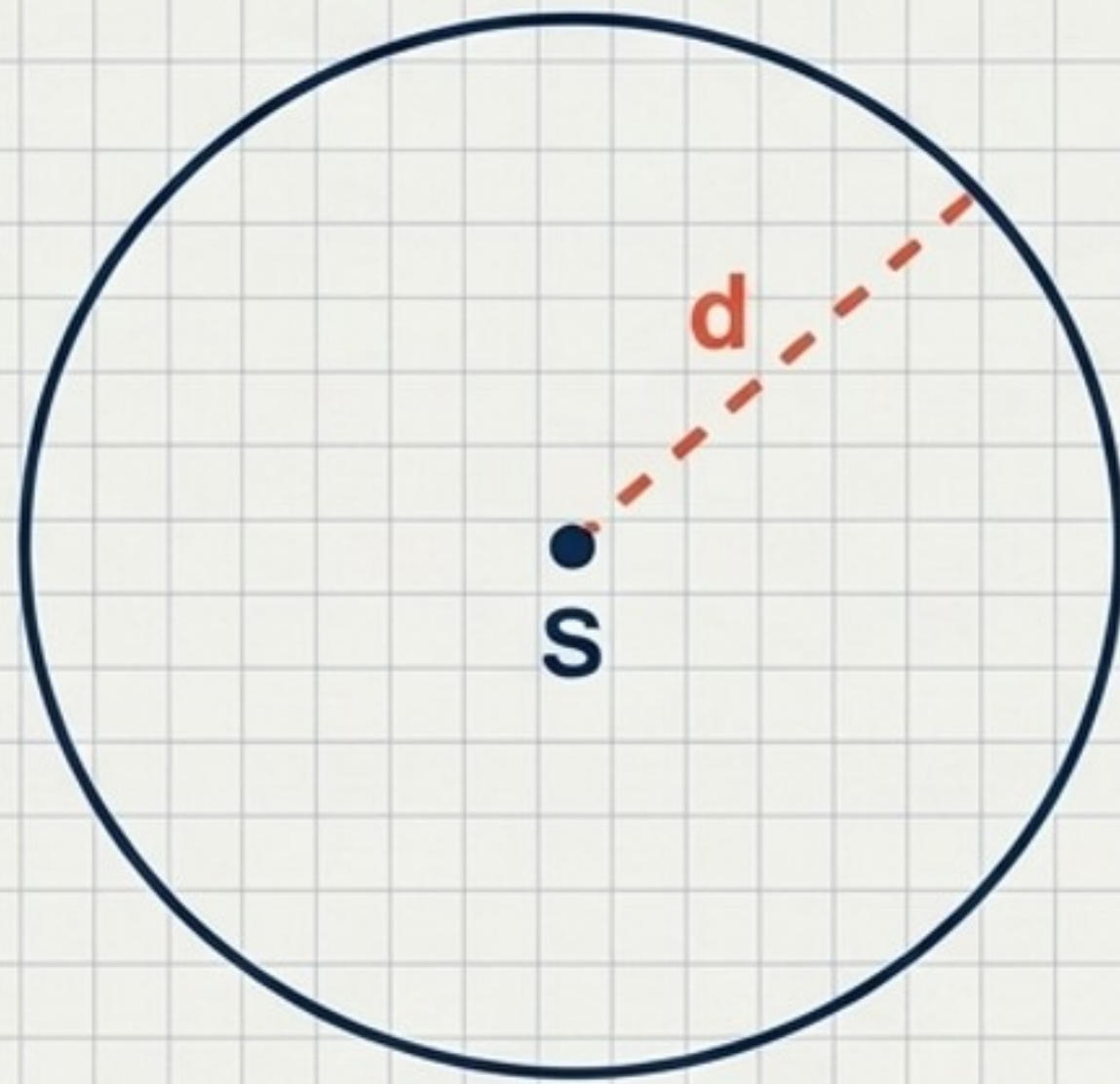
Calcula la posición mediante **distancias**.
El GPS no "mira" dónde estás, calcula a qué distancia estás de puntos fijos.

MÉTODO ACTUAL

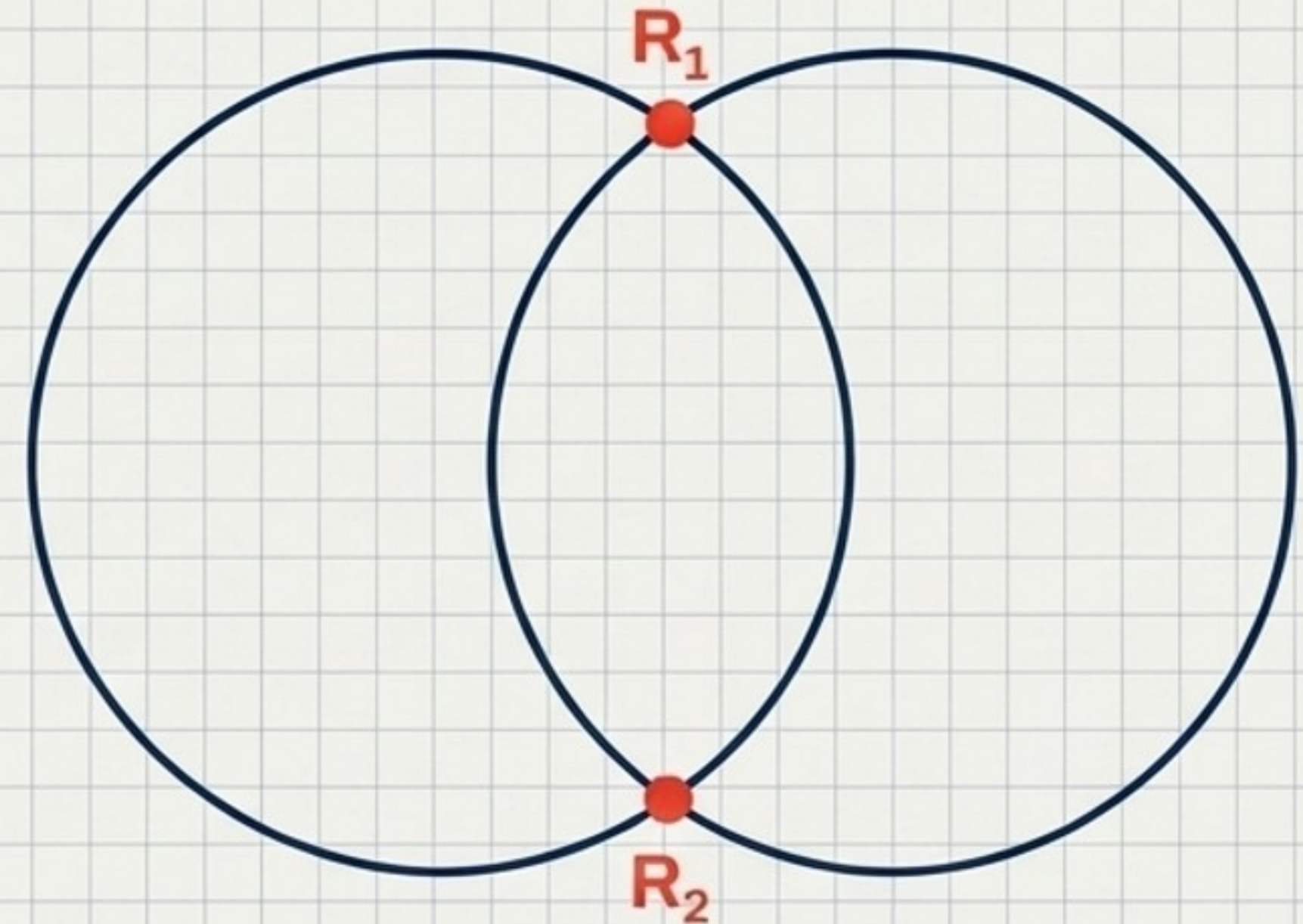
El problema de las dos dimensiones

Si un satélite dice "estás a 500 km", formas una **circunferencia de posibilidades**. Al agregar un segundo satélite, la ubicación se reduce drásticamente a los únicos dos puntos donde ambas circunferencias se cruzan.

- 1** Satélite: Una distancia (d) forma una circunferencia. Ubicaciones posibles: Infinitas.

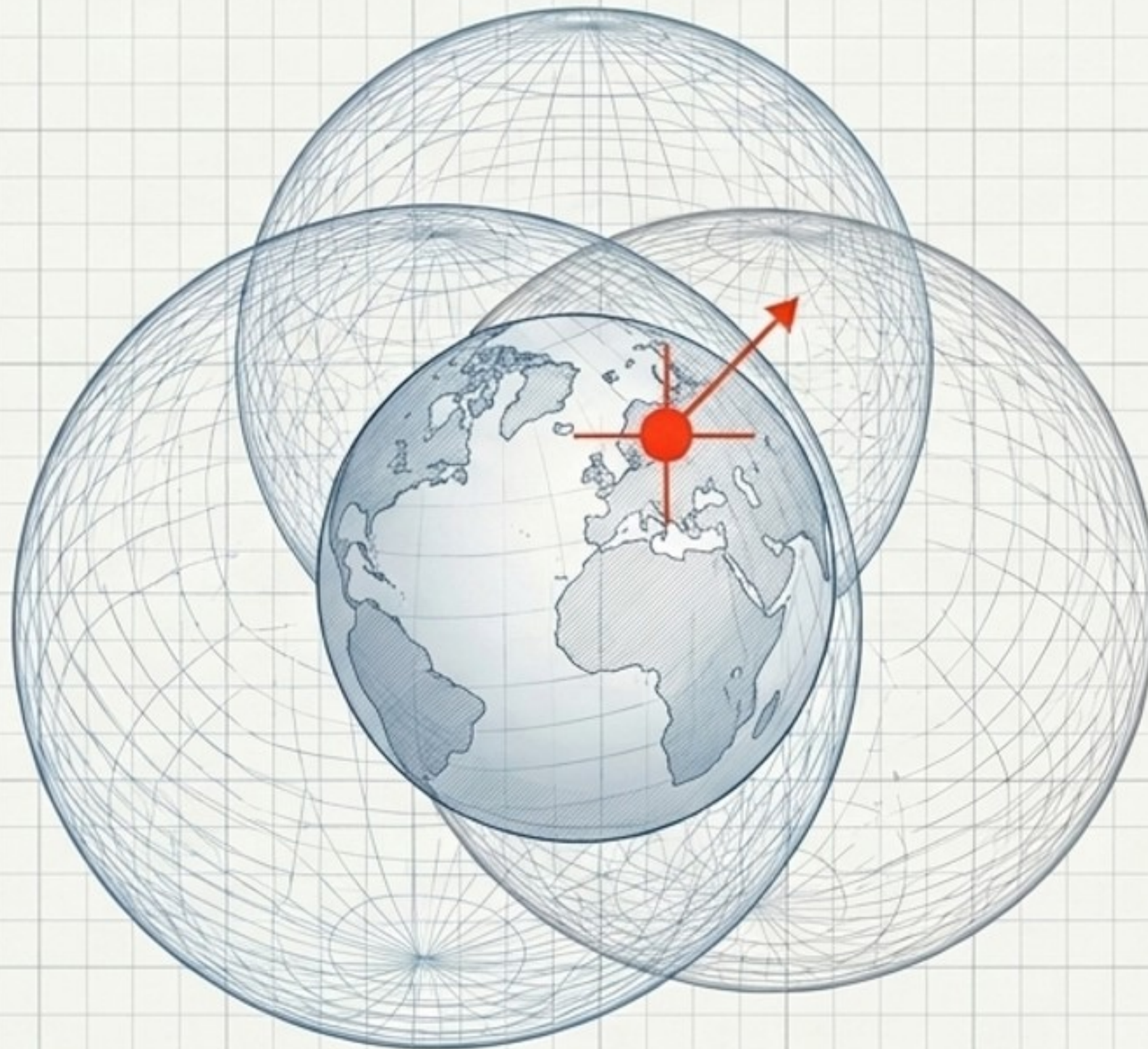
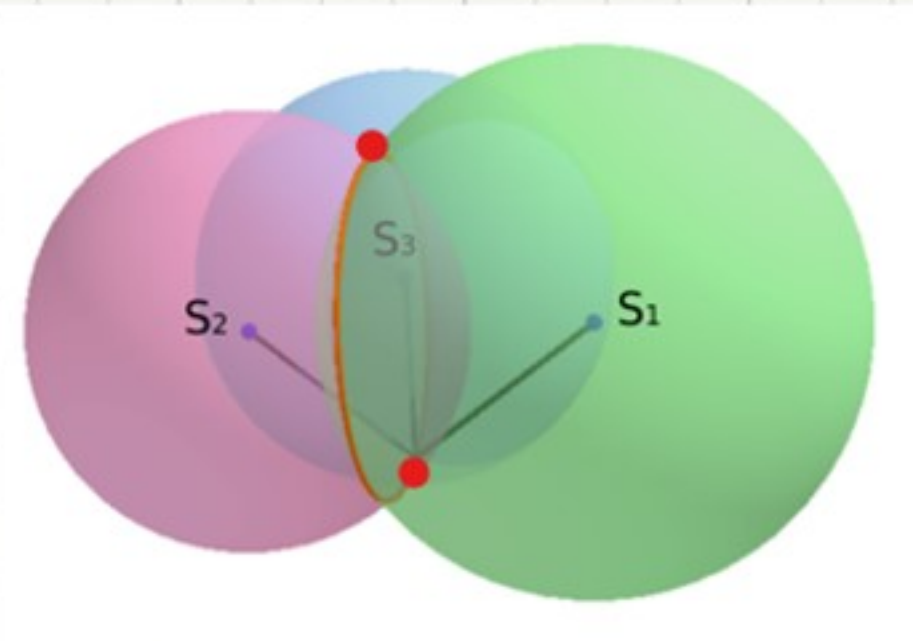
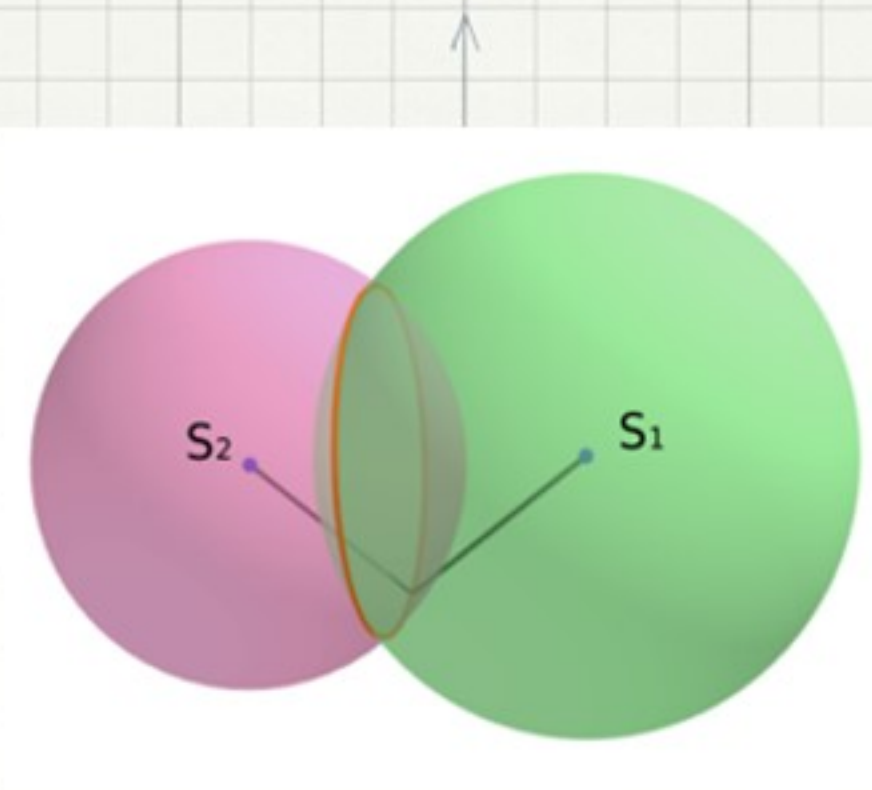


- 2** Satélites: Intersección circular. Ubicaciones posibles: Dos exactas.



El salto al espacio real: Intersección de esferas

No vivimos en un plano cartesiano plano. En el espacio 3D, las distancias no forman circunferencias, forman esferas.

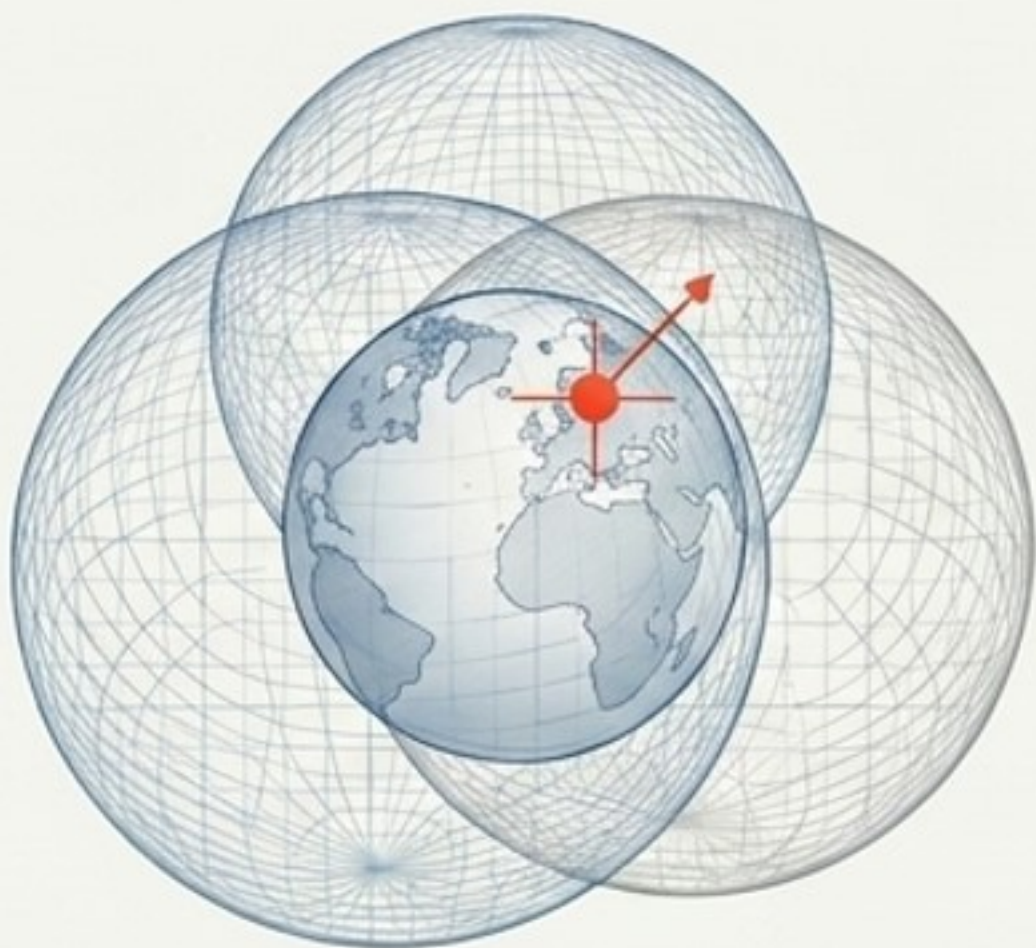


La Progresión

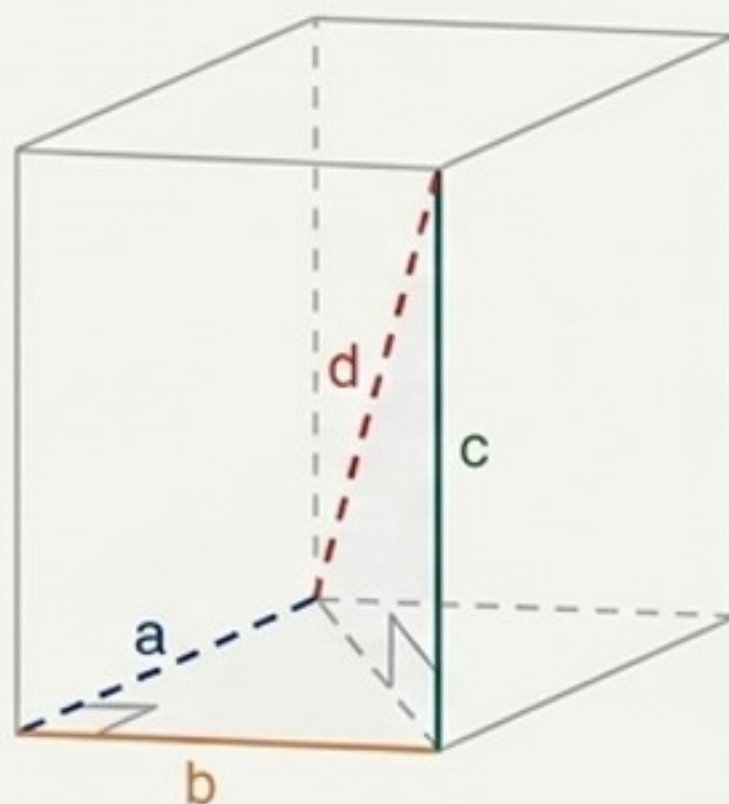
- 1 1 Satélite = Esfera de posibilidades.
- 2 2 Satélites = Intersección en 1 circunferencia.
- 3 3 Satélites = Un único punto en el espacio (Latitud, Longitud, Altura).

De la figura a la fórmula

Geometría



El Puente



$$a^2 + b^2 + c^2 = d^2$$

Álgebra

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 = d_1^2$$

$$(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2 = d_2^2$$

$$(x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 + (z - z_3)^2 = d_3^2$$

La matemática no es un capricho. Ese complejo sistema de tres ecuaciones no es más que la traducción alfanumérica de las tres esferas interceptándose. El teorema de Pitágoras en tres dimensiones es el motor algebraico del GPS.

La crisis del tiempo: Un margen de error letal

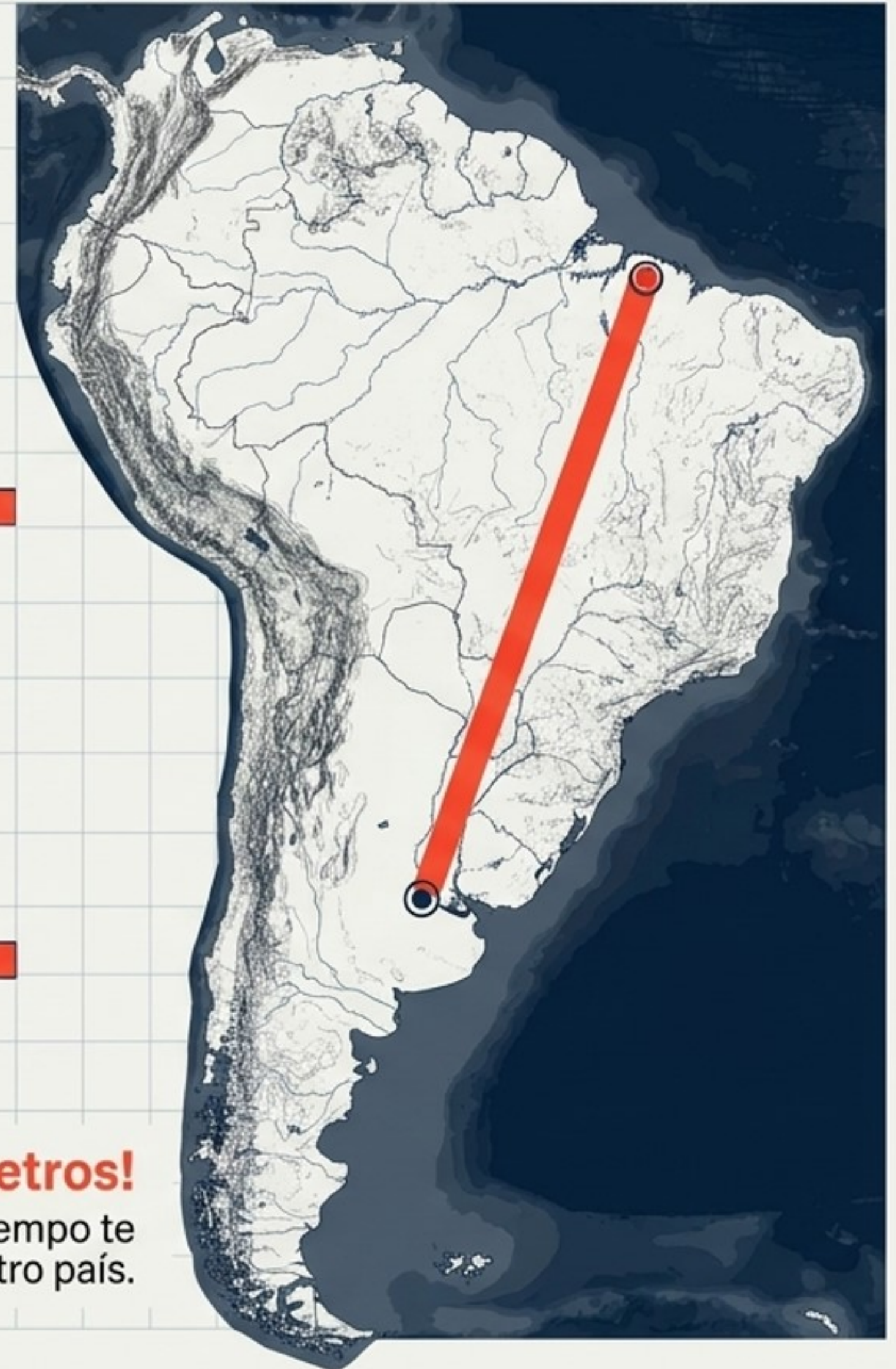
Parece que 3 satélites resuelven el problema. Pero hay una trampa: la señal viaja a la velocidad de la luz (300,000 km/s).

Si el reloj de tu celular se adelanta apenas una centésima de segundo (0.01s), el sistema calcula mal el tiempo de viaje de la señal.



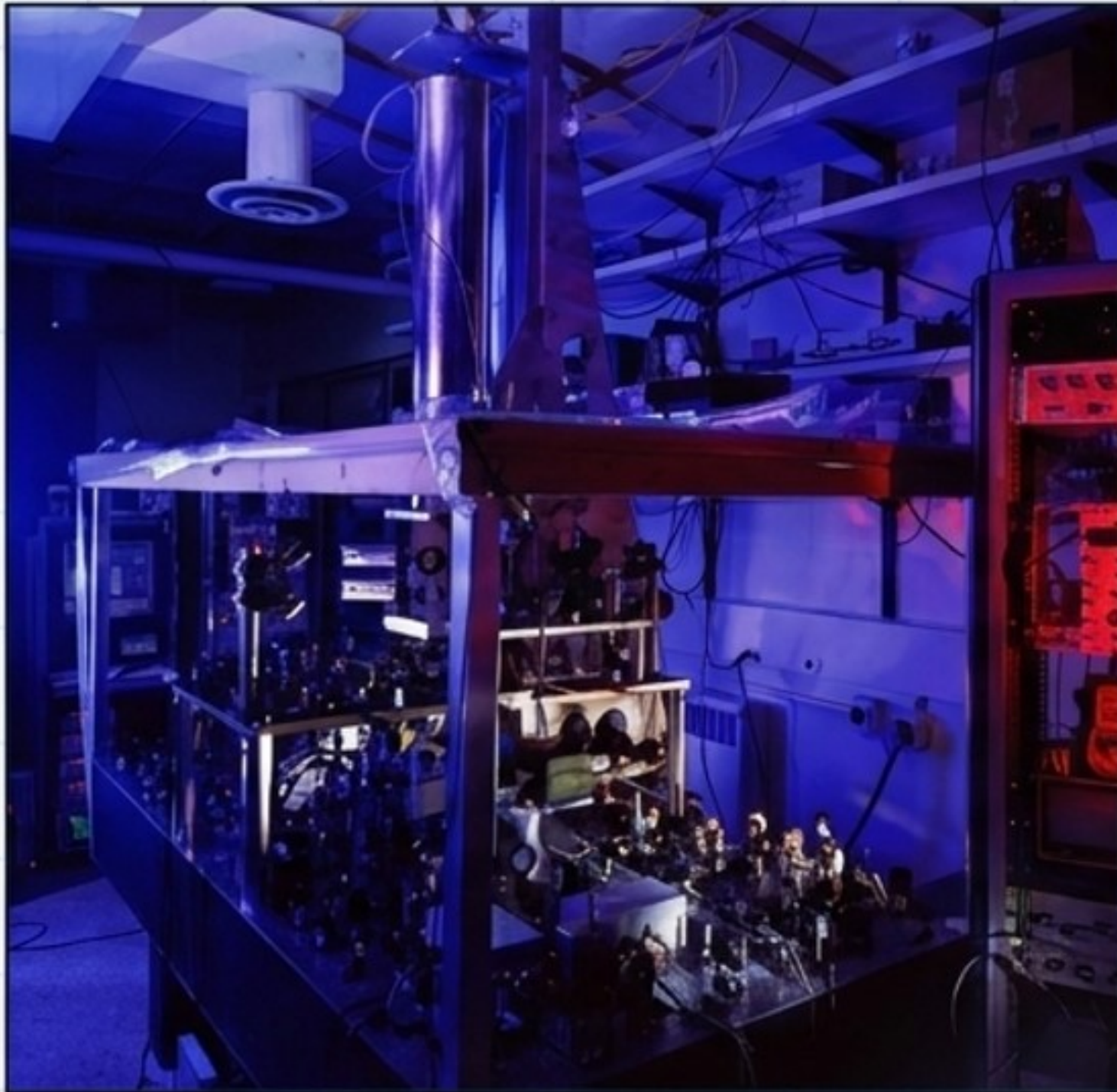
¡Pifiamos por 3,000 kilómetros!

Un error microscópico en el tiempo te teletransportaría de Buenos Aires a otro país.



La cuarta dimensión y la solución atómica

La solución a este caos temporal es integrar la cuarta dimensión: el Tiempo.

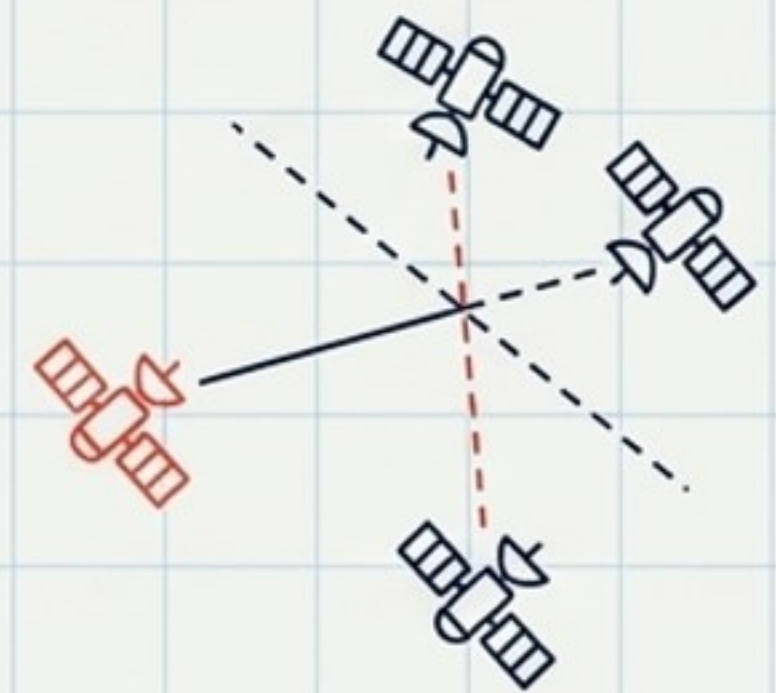


El hardware

Los satélites están equipados con relojes atómicos, instrumentos extremadamente costosos y precisos (1 segundo de error cada 80 millones de años).

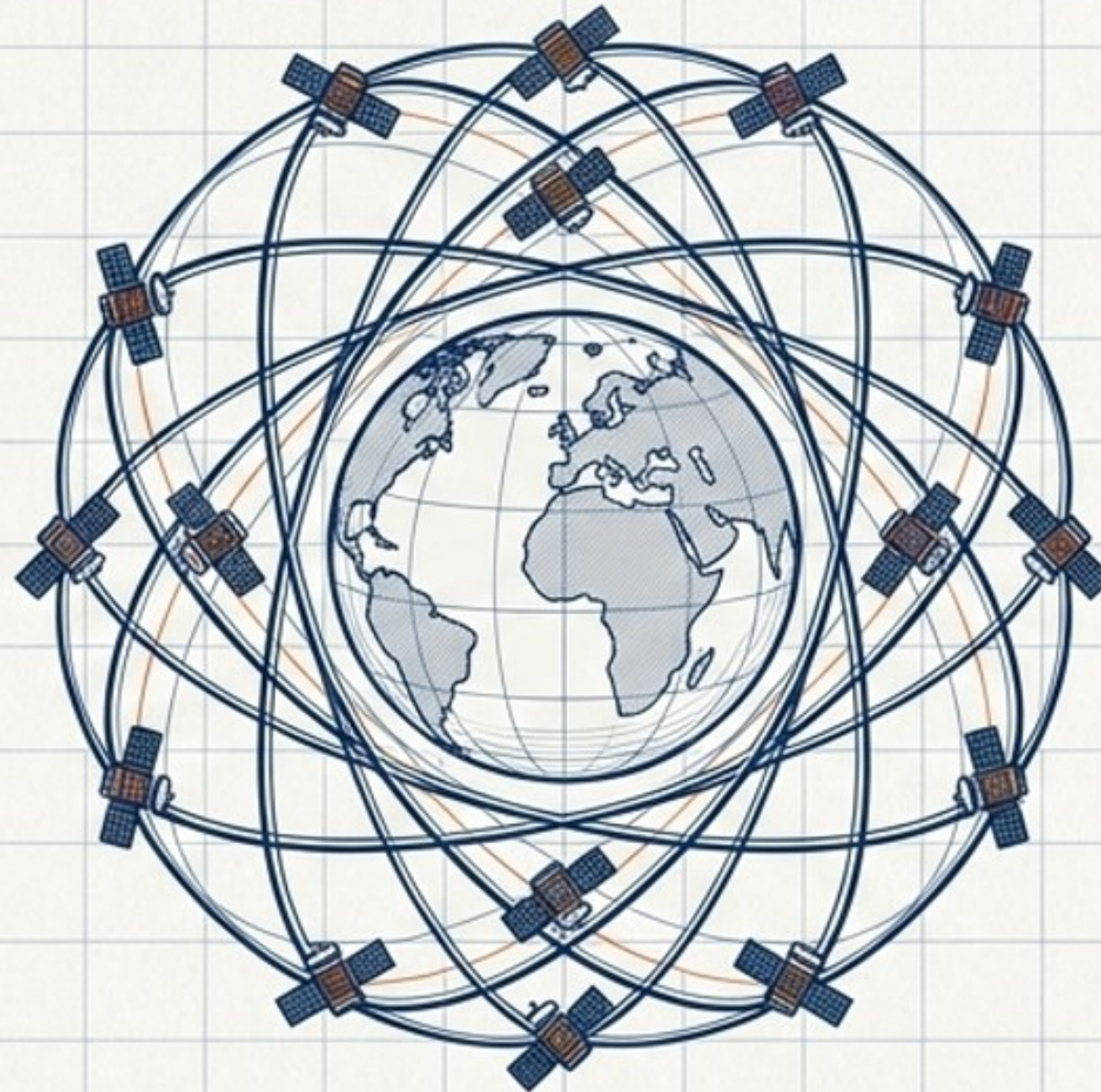
El software

Se introduce un cuarto satélite. Esta cuarta señal permite al sistema resolver el error del reloj del receptor, ajustando las esferas hasta que se crucen perfectamente en tu ubicación exacta.



La coreografía global

Para garantizar que siempre tengas al menos 4 satélites visibles en cualquier punto de la Tierra en cualquier momento, el sistema no depende de unos pocos aparatos.



¹ **24** Satélites en activo.

² **6** Planos orbitales sincronizados.

³ **20,000 km** de distancia de la Tierra.

La matemática en el bolsillo

El GPS demuestra que la matemática no está encerrada en una carpeta. Está viva en la infraestructura moderna, respondiendo a una pregunta vital: "¿Dónde estoy?".



Aviación y rescate



Navegación marítima



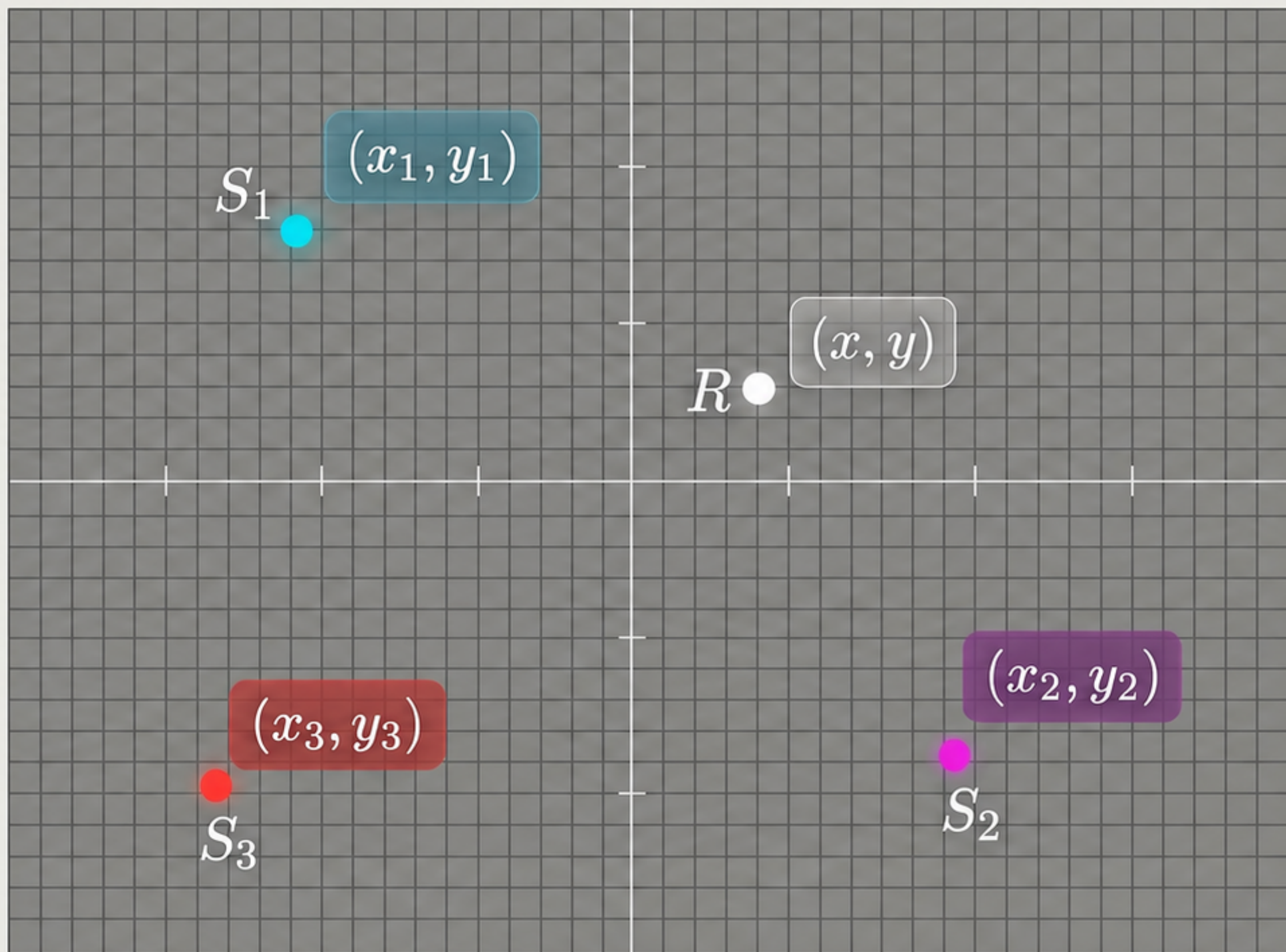
Sincronización bancaria y eléctrica

**La próxima vez que mires tu pantalla, recuerda: no es magia.
Es un sistema de ecuaciones resolviéndose a la velocidad de la luz.**

Laboratorio: Construyendo el GPS en papel

Ejercicio para el aula:

1. Dibujar un plano cartesiano.
2. Marcar 3 satélites (puntos fijos no alineados S_1 , S_2 y S_3) con sus coordenadas y un tercer punto R (receptor).
3. Graficar las distancias d_1 , d_2 y d_3 desde el receptor a cada satélite.
4. Trazar 3 circunferencias con compás de centro en S_1 , S_2 y S_3 que pasen por R .



Del compás al álgebra

5. Calculá las distancias entre R (que es el punto de intersección entre las 3 circunferencias) y cada satélite, sin regla ni compás.

$$d^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2$$

Teorema de Pitágoras

